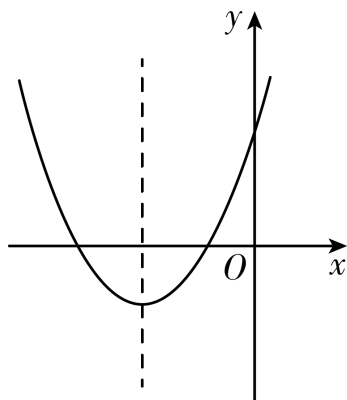


第2讲 二次函数图象专题（一）（加油站）

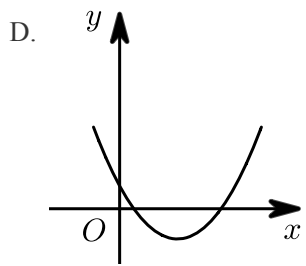
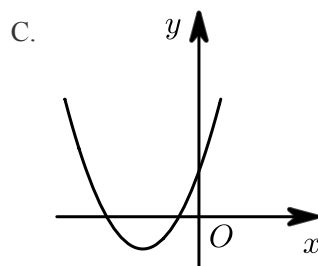
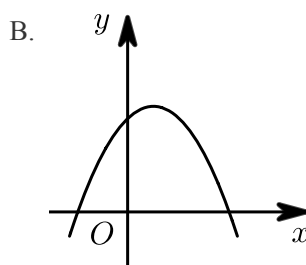
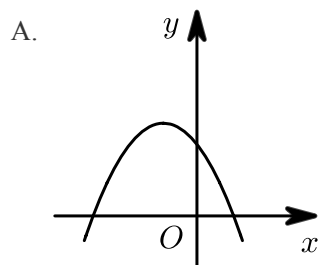
一、 a 、 b 、 c 、 Δ 、特殊值

练习1

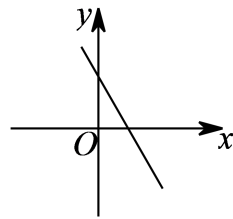
1. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图，则一次函数 $y = bx + a$ 的图象不经过第 ____ 象限。



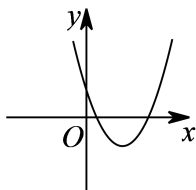
2. 正比例函数 $y = kx$ 的图象经过第二、四象限，则抛物线 $y = kx^2 - 2x + k^2$ 的大致图象是（ ）。



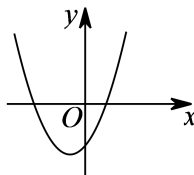
3. 已知一次函数 $y = \frac{b}{a}x + c$ 的图象如图，则二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 在平面直角坐标系中的图象可能是 () .



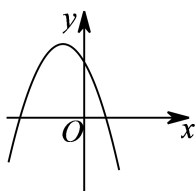
A.



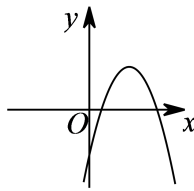
B.



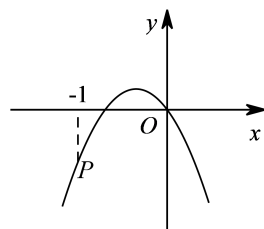
C.



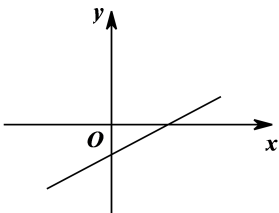
D.



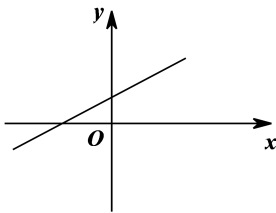
4. 如图，二次函数 $y = ax^2 + bx$ 的图象开口向下，且经过第三象限的点 P . 若点 P 的横坐标为 -1 ，则一次函数 $y = (a - b)x + b$ 的图象大致是 () .



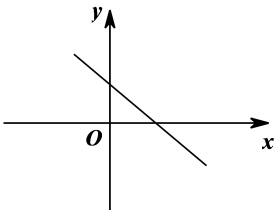
A.



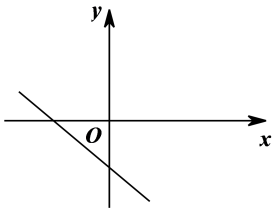
B.



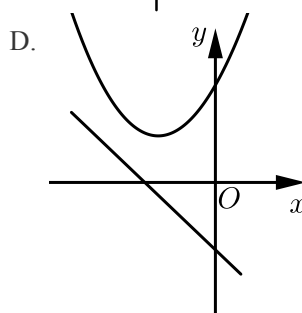
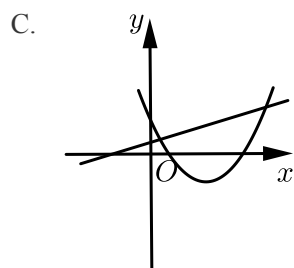
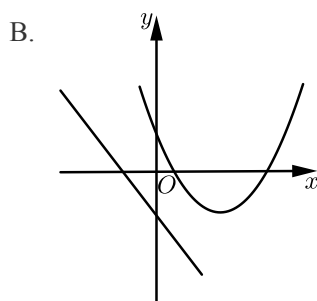
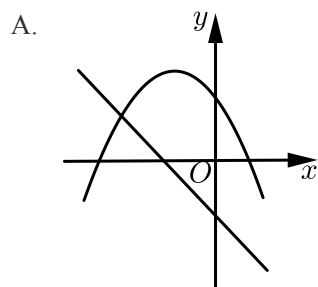
C.



D.



5. 在同一直角坐标系中，函数 $y = mx + m$ 和函数 $y = -mx^2 + 2x + 2$ (m 是常数，且 $m \neq 0$) 的图象可能是 () .

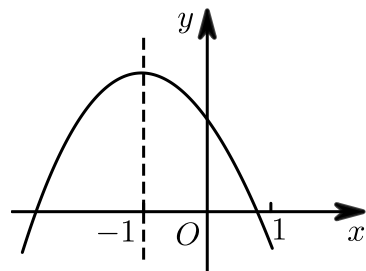


练习2

6. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示，下列结论中：

- ① $abc > 0$;
- ② $b = 2a$;
- ③ $a + b + c < 0$;
- ④ $a + b - c > 0$;
- ⑤ $a - b + c > 0$;
- ⑥ $4a + 2b + c > 0$;
- ⑦ $4a - 2b + c > 0$.

正确的有 () .



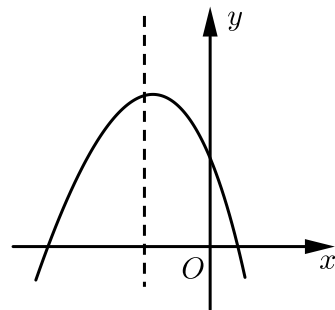
A. 3个

B. 4个

C. 5个

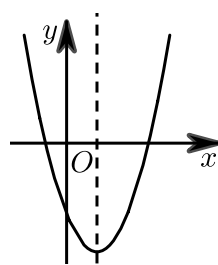
D. 6个

7. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示，则在① $a < 0$ ，② $b > 0$ ，③ $c < 0$ ，④ $b^2 - 4ac > 0$ 中，正确的判断是（ ）。



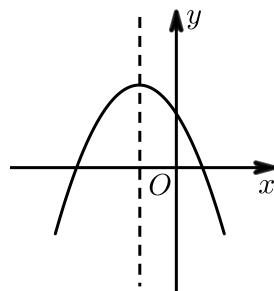
- A. ①②③④ B. ④ C. ①②③ D. ①④

8. 已知函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示，则下列结论正确的是（ ）。



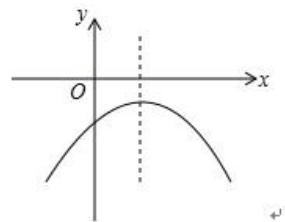
- A. $a > 0, c > 0$ B. $a < 0, c < 0$ C. $a < 0, c > 0$ D. $a > 0, c < 0$

9. 抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象如下图所示，那么（ ）。



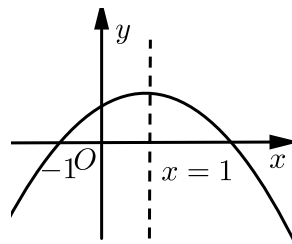
- A. $a < 0, b < 0, c > 0$ B. $a < 0, b > 0, c > 0$
C. $a < 0, b > 0, c < 0$ D. $a < 0, b < 0, c < 0$

10. 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示，则（ ）。



- A. $a < 0, \Delta < 0, b > 0$ B. $a < 0, \Delta > 0, b > 0$
C. $a < 0, \Delta < 0, b < 0$ D. $a < 0, \Delta > 0, b < 0$

11. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象如图所示, 则下列结论中正确的是 ().

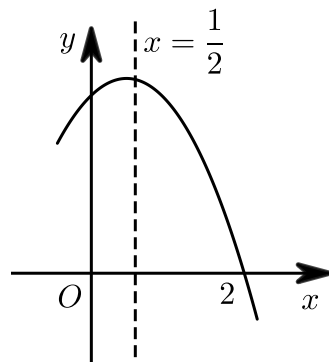


- A. $a > 0$ B. $x = 3$ 是方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的一个根
C. $a + b + c = 0$ D. 当 $x < 1$ 时, y 随 x 的增大而减小

二、对称轴、最值、平方差

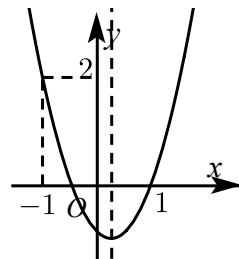
练习3

12. 如图是二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 图象的一部分，对称轴为直线 $x = \frac{1}{2}$ ，且经过点 $(2, 0)$ ，有下列说法：① $abc < 0$ ；② $a + b = 0$ ；③ $4a + 2b + c < 0$ ；④若 $(0, y_1)$ ， $(1, y_2)$ 是抛物线上的两点，则 $y_1 = y_2$ ．上述说法正确的是（ ）．



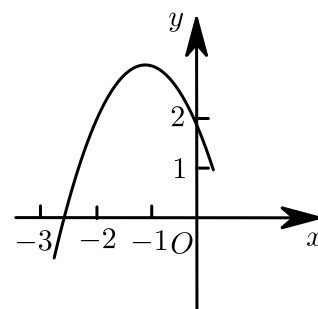
- A. ①③④ B. ③④ C. ①②④ D. ①②

13. 如图所示，二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象开口向上，图象经过点 $(-1, 2)$ 和 $(1, 0)$ ，且与 y 轴交于负半轴，
给出四个结论：① $abc < 0$ ；② $a + c = 1$ ；③ $2a + b > 0$ ；④ $b^2 - 4ac > 0$ ．其中结论正确的个数为（
）．



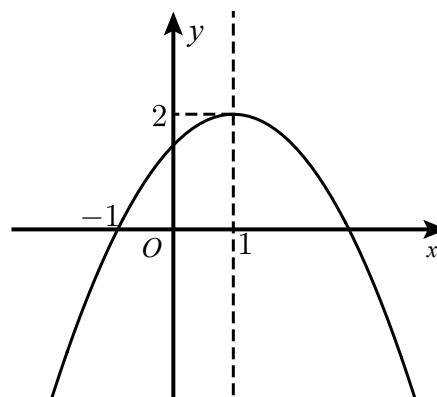
- A. **4** B. **3** C. **2** D. **1**

14. 如图所示，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的顶点为 $(-1, 3)$ ，以下结论：① $b^2 - 4ac < 0$ ；② $4a - 2b + c < 0$ ；③ $2c - b = 3$ ；④ $a + 3 = c$ ，其中正确的个数（ ）。



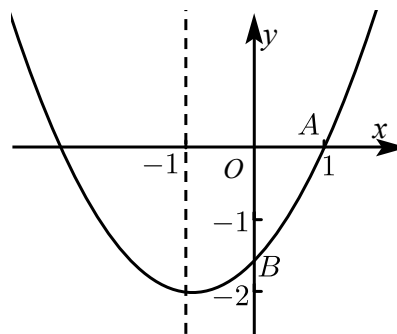
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

15. 如图，已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象过点 $(-1, 0)$ ，顶点为 $(1, 2)$ ，则下列结论：① $abc > 0$ ；② $x = 1$ 时，函数的最大值是2；③ $4a + 2b + c > 0$ ；④ $2a + b = 0$ ；⑤ $2c < 3b$ 。其中正确的结论有（ ）。



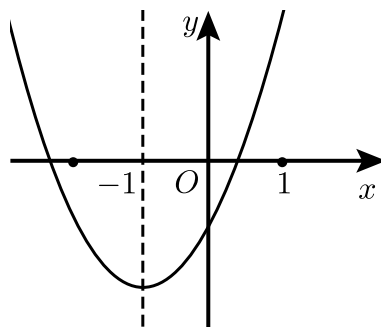
- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

16. 如图，二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象与 x 轴交于点 $A(1, 0)$ ，对称轴为直线 $x = -1$ ，下列结论：① $abc > 0$ ；② $b^2 - 4ac > 0$ ；③ $a - b + c < 0$ ；④函数图像经过点 $(-3, 0)$ ；⑤ $8a + c > 0$ 。其中，正确结论的个数是（ ）。



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

17. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 的对称轴为直线 $x = -1$, 该抛物线与 x 轴的一个交点为 $(x_1, 0)$, 且 $0 < x_1 < 1$, 有下列结论: ① $abc > 0$; ② $9a - 3b + c > 0$; ③ $b < a$; ④ $3a + c > 0$. 其中正确结论的个数是 ().



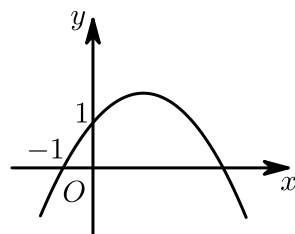
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

18. 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a < 0$) 的对称轴是直线 $x = 1$, 与 x 轴的一个交点为 $A(x_1, 0)$, $-2 < x_1 < -1$, 下列结论: ① $bc > 0$; ② $8a + c < 0$; ③ $5a + b + 2c > 0$, 其中正确结论的个数是 ().

- A. 0个 B. 1个 C. 2个 D. 3个

19. 如图, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象的顶点在第一象限, 且过点 $(0, 1)$ 和 $(-1, 0)$. 下列结论正确的是 ().

- ① $ab < 0$,
② $b^2 > 4a$,
③ $0 < a + b + c < 2$,
④ $0 < b < 1$.

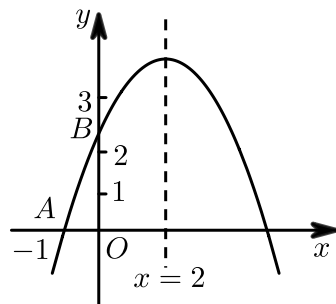


- A. 5个 B. 4个 C. 3个 D. 2个

20. 如图，二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$ ，与 y 轴的交点 B 在 $(0, 2)$ 与 $(0, 3)$ 之间（不包括这两点），对称轴为直线 $x = 2$ 。

下列结论：① $abc < 0$ ；② $9a + 3b + c > 0$ ；③若点 $M(\frac{1}{2}, y_1)$ ，点 $N(\frac{5}{2}, y_2)$ 是函数图象上的两点，则 $y_1 < y_2$ ；④ $-\frac{3}{5} < a < -\frac{2}{5}$ 。

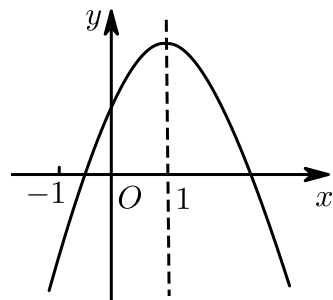
其中正确结论有（ ）。



- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

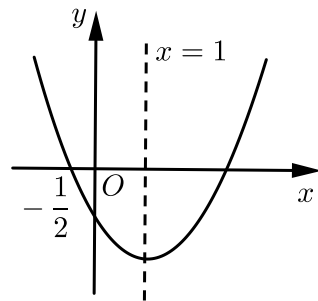
练习4

21. 如图，已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)的图象如图所示，有下列5个结论：① $abc > 0$ ；② $b - a > c$ ；③ $4a + 2b + c > 0$ ；④ $3a > -c$ ；⑤ $a + b > m(am + b)$ (实数 $m \neq 1$)。其中正确的结论有（ ）。



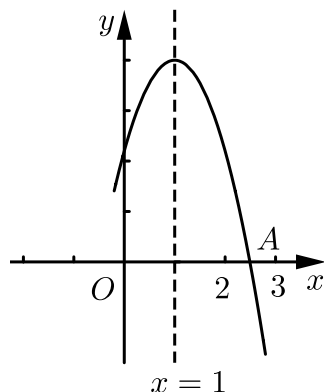
- A. ①②③ B. ②③⑤ C. ②③④ D. ③④⑤

22. 如图，二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)的图象经过点 $(-\frac{1}{2}, 0)$ ，对称轴为直线 $x = 1$ ，下列5个结论：① $abc < 0$ ；② $a - 2b + 4c = 0$ ；③ $2a + b > 0$ ；④ $2c - 3b < 0$ ；⑤ $a + b \leq m(am + b)$ 。其中正确的结论有（ ）。



- A. 4个 B. 3个 C. 2个 D. 1个

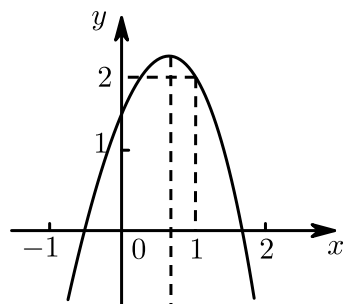
23. 如图是二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 图象的一部分, 与 x 轴的交点 A 在点 $(2, 0)$ 和 $(3, 0)$ 之间, 对称轴是直线 $x = 1$. 对于下列说法: ① $ab < 0$; ② $2a + b = 0$; ③ $3a + c > 0$; ④ $a + b \geq m(am + b)$ (m 为实数); ⑤ 当 $-1 < x < 3$ 时, $y > 0$, 其中正确的是 ().



- A. ①②④ B. ①②⑤ C. ②③④ D. ③④⑤

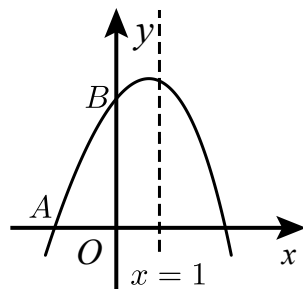
练习5

24. 如图, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象经过点 $(1, 2)$ 且与 x 轴交点的横坐标分别为 x_1, x_2 , 其中 $-1 < x_1 < 0, 1 < x_2 < 2$, 下列结论: ① $4a + 2b + c < 0$; ② $2a + b < 0$; ③ $b^2 + 8a > 4ac$; ④ $a < -1$, 其中结论正确的有 ().



- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

25. 如图, 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a < 0$) 的图象与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$, 对称轴为直线 $x = 1$, 与 y 轴的交点 B 在 $(0, 2)$ 和 $(0, 3)$ 之间 (包括这两点), 下列结论: ① 当 $x > 3$ 时, $y < 0$; ② $3a + b < 0$; ③ $-1 \leq a \leq -\frac{2}{3}$; ④ $4ac - b^2 > 8a$. 其中正确的结论是 ().

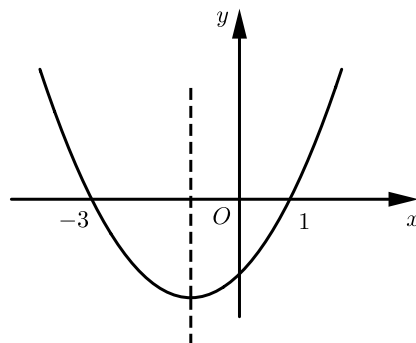


- A. ①③④ B. ①②③ C. ①②④ D. ①②③④

26. 在平面直角坐标系中，二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)的图象如图所示，与 x 轴的交点分别为 $(-3, 0)$ 、 $(1, 0)$ ，且函数与 y 轴交点在 $(0, -1)$ 的下方，结合图象给出下列结论：

- ① $abc < 0$ ；
 ② $b^2 - 4ac < 4a$ ；
 ③ 当 $-2 \leq x \leq 3$ 时， y 的取值范围是 $-\frac{3}{2}b \leq y \leq 6b$ ；
 ④ $5a - b + 2c < -1$ ，

其中，正确的结论是（ ）。

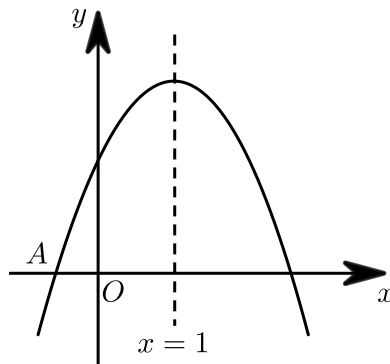


- A. ①② B. ①③ C. ①④ D. ③④

27. 函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 为常数，且 $a \neq 0$) 经过点 $(-1, 0)$ 、 $(m, 0)$ ，且 $1 < m < 2$ ，当 $x < -1$ 时， y 随 x 增大而减小，下列结论：① $abc > 0$ ；② $a + b < 0$ ；③ 若点 $A(-3, y_1)$ 、 $B(3, y_2)$ 在抛物线上，则 $y_1 < y_2$ ；④ $a(m-1) + b = 0$ ；⑤ $c \leq -1$ 时，则 $b^2 - 4ac \leq 4a$ 。其中结论正确的有（ ）个。

- A. 5 B. 4 C. 3 D. 2

28. 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$ ，顶点坐标为 $(1, n)$ ，与 y 轴的交点在 $(0, 2)$ 、 $(0, 3)$ 之间（包括端点），则下列结论：① 当 $x > 3$ 时， $y < 0$ ；② $3a + b > 0$ ；③ $-1 \leq a \leq -\frac{2}{3}$ ；④ $3 \leq n \leq 4$ ，正确的是（ ）。

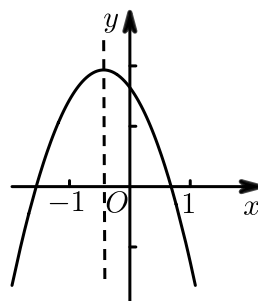


- A. ①② B. ①③ C. ①④ D. ③④

练习6

29. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象如图，分析下列四个结论：

① $abc < 0$. ② $b^2 - 4ac > 0$. ③ $3a + c > 0$. ④ $(a + c)^2 < b^2$. 其中正确的结论有 () .



A. 1个

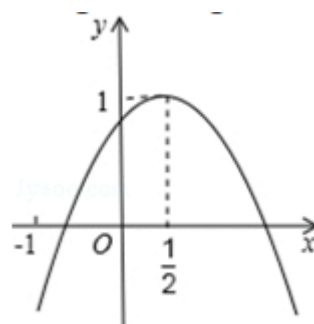
B. 2个

C. 3个

D. 4个

30. 如图，二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象与 y 轴正半轴相交，其顶点坐标为 $(0.5, 1)$ ，下列结论：①

$ac < 0$; ② $a + b = 0$; ③ $4ac - b^2 = 4a$; ④ $(a + c)^2 - b^2 < 0$. 其中正确的个数是 () .



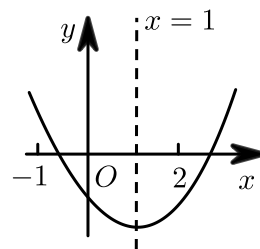
A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

31. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象如图所示，下列结论：① $ac > 0$; ② 当 $x \geq 1$ 时， y 随 x 的增大而减小；③ $3b - 2c < 0$; ④ $b^2 < (a + c)^2$; ⑤ $4a - 2b + c > 0$, 其中正确的个数是 () .



A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

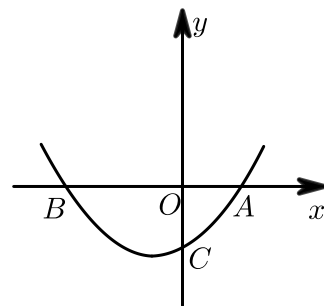
三、 x 轴交点距离、线段关系

练习7

32. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 A 和点 B ，顶点为 P ，若 $\triangle ABP$ 恰为等腰直角三角形，则 $b^2 - 4ac$ 的值为 () .
- A. 1 B. 4 C. 8 D. 12
33. 已知抛物线 $y = -\frac{1}{6}x^2 + \frac{3}{2}x + 6$ 与 x 轴交于点 A ，点 B ，与 y 轴交于点 C ，若 D 为 AB 的中点，则 CD 的长为 () .
- A. $\frac{15}{4}$ B. $\frac{9}{2}$ C. $\frac{13}{2}$ D. $\frac{15}{2}$
34. 已知抛物线 $y = -\frac{1}{6}x^2 + \frac{3}{2}x + 6$ 与直线 $y = x$ 交于点 A ，点 B ，则 AB 的长为 () .
- A. $3\sqrt{34}$ B. $6\sqrt{17}$ C. $3\sqrt{17}$ D. $2\sqrt{34}$
35. 将抛物线 $y = -2x^2 - 1$ 向上平移若干个单位，使抛物线与坐标轴有三个交点，如果这些交点能够成等边三角形，那么平移的距离为 () .
- A. 1个单位 B. $\sqrt{3}$ 个单位 C. $\frac{5}{2}$ 个单位 D. $\frac{3}{2}$ 个单位
36. 在平面直角坐标系中，已知 $A(2, 4)$ 、 $B(2, -1)$ ，若抛物线 $y = 2(x - 3)^2 + k$ 与线段 AB 有交点，且与 y 轴相交于点 C ，则下列四种说法：①当 $k = 0$ 时，抛物线 $y = 2(x - 3)^2 + k$ 与 x 轴有唯一公共点；②当 $x > 4$ 时， y 随 x 的增大而增大；③点 C 的纵坐标的最大值为 2；④抛物线与 x 轴的两交点间的距离的最大值为 $\sqrt{6}$ ；其中正确的是 () .
- A. ①②③ B. ①②④ C. ①③④ D. ②③④

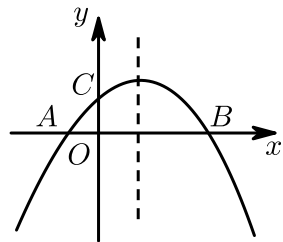
练习8

37. 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图，且 $OB = 2OC$ ，则下列关系式正确的为 () .



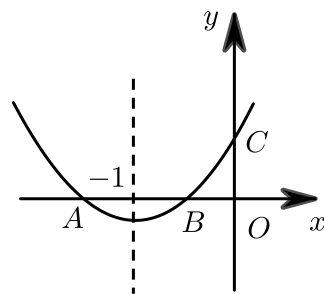
- A. $4ac + 2b + 1 = 0$ B. $4ac - 2b + 1 = 0$ C. $4ac - 2b - 1 = 0$ D. $4ac + 2b - 1 = 0$

38. 如图，二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象与 x 轴交于 A, B 两点，与 y 轴交于点 C ，且 $OA = OC$ ，则下列结论① $abc < 0$ ；② $b^2 - 4ac > 0$ ；③ $ac - b + 1 = 0$ ；④ $OA \cdot OB = \frac{c}{a}$ 。其中正确结论的个数是 ()。



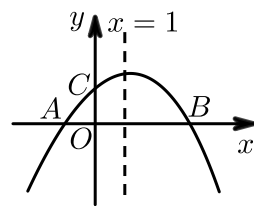
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

39. 已知：如图所示，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的对称轴为 $x = -1$ ，与 x 轴交于 A, B 两点，交 y 轴于点 C ，且 $OB = OC$ ，则下列结论正确的个数是 ()。
- ① $b = 2a$; ② $a - b + c > -1$; ③ $0 < b^2 - 4ac < 4$; ④ $ac + 1 = b$ 。



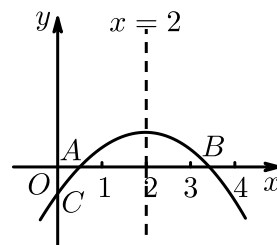
- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

40. 如图所示，已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴交于 A, B 两点，与 y 轴交于点 C ， $OA = OC$ ，对称轴为直线 $x = 1$ ，则下列结论：① $abc < 0$ ；② $a + \frac{1}{2}b + \frac{1}{4}c > 0$ ；③ $ac + b + 1 = 0$ ；④ $2 + c$ 是关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的一个根。其中正确的有 ()。



- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

41. 如图，二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象与 x 轴正半轴相交于 A, B 两点，与 y 轴相交于点 C ，对称轴为直线 $x = 2$ ，且 $OA = OC$ ，则下列结论：① $abc > 0$. ② $9a + 3b + c > 0$. ③ $c > -1$. ④ 关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 有一个根为 $-\frac{1}{a}$. ⑤ 抛物线上有两点 $P(x_1, y_1)$ 和 $Q(x_2, y_2)$ ，若 $x_1 < 2 < x_2$ ，且 $x_1 + x_2 > 4$ ，则 $y_1 > y_2$. 其中正确的结论有 () .



A. 2个

B. 3个

C. 4个

D. 5个